



Memòries del Programa de XARXES-I<sup>3</sup>CE de qualitat,  
innovació i investigació en docència universitària.  
Convocatòria 2018-19

Memorias del Programa de REDES-I<sup>3</sup>CE de calidad,  
innovación e investigación en docencia universitaria.  
Convocatoria 2018-19

Rosabel Roig-Vila (Coord.)  
Jordi M. Antolí Martínez, Asunción Lledó  
Carreres, Neus Pellín Buades (Eds.)



Memòries del Programa de Xarxes-I3CE  
de qualitat, innovació i investigació en  
docència universitària.  
Convocatòria 2018-19

*Memorias del Programa de Redes-I3CE  
de calidad, innovación e investigación  
en docencia universitaria.  
Convocatoria 2018-19*

Rosabel Roig-Vila (Coord.), Jordi M. Antolí Martínez, Asunción  
Lledó Carreres, Neus Pellín Buades (Eds.)

Memòries de les xarxes d'investigació en docència universitària pertanyent al Programa Xarxes-I3CE d'Investigació en docència universitària del curs 2018-19 / *Memorias de las redes de investigación en docencia universitatira que pertenece al Programa Redes -I3CE de investigación en docencia universitaria del curso 2018-19*

Organització: Institut de Ciències de l'Educació (Vicerectorat de Qualitat i Innovació Educativa) de la Universitat d'Alacant/ *Organización: Instituto de Ciencias de la Educación (Vicerrectorado de Calidad e Innovación Educativa) de la Universidad de Alicante*

Edició / *Edición*: Rosabel Roig-Vila (Coord.), Jordi M. Antolí Martínez, Asunción Lledó Carreres, Neus Pellín Buades (Eds.)

Comité tècnic / *Comité técnico*: Neus Pellín Buades

Revisió i maquetació: ICE de la Universitat d'Alacant/ *Revisión y maquetación*: ICE de la Universidad de Alicante

Primera edició: / *Primera edición*: Novembre 2019

© De l'edició/ *De la edición*: Rosabel Roig-Vila , Jordi M. Antolí Martínez, Asunción Lledó Carreres & Neus Pellín Buades.

© Del text: les autores i autors / *Del texto: las autoras y autores*

© D'aquesta edició: Institut de Ciències de l'Educació (ICE) de la Universitat d'Alacant / *De esta edición: Instituto de Ciencias de la Educación (ICE) de la Universidad de Alicante*

ice@ua.es

ISBN: 978-84-09-15746-4

Qualsevol forma de reproducció, distribució, comunicació pública o transformació d'aquesta obra només pot ser realitzada amb l'autorització dels seus titulars, llevat de les excepcions previstes per la llei. Adreceu-vos a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, [www.cedro.org](http://www.cedro.org)) si necessiteu fotocopiar o escanejar algun fragment d'aquesta obra. / *Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, [www.cedro.org](http://www.cedro.org)) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.*

Producció: Institut de Ciències de l'Educació (ICE) de la Universitat d'Alacant / *Producción: Instituto de Ciencias de la Educación (ICE) de la Universidad de Alicante*

EDITORIAL: Les opinions i continguts dels resums publicats en aquesta obra són de responsabilitat exclusiva dels autors. / *Las opiniones y contenidos de los resúmenes publicados en esta obra son de responsabilidad exclusiva de los autores.*

## **107. Red en Didáctica de las Matemáticas: Diseño de experimentos de enseñanza en la formación de profesores de matemáticas de secundaria –**

Moreno Moreno, Mar; Valls González, Julia; Buforn Lloret Àngela; Monje Parrilla, Francisco Javier; Pérez Tyteca, Patricia; Quesada Vilella, Humberto; Torregrosa Gironés, Germán

[mmoreno@ua.es](mailto:mmoreno@ua.es); [julia.valls@ua.es](mailto:julia.valls@ua.es); [angela.buforn@ua.es](mailto:angela.buforn@ua.es); [monjejavier@ua.es](mailto:monjejavier@ua.es);  
[patricia.perez@ua.es](mailto:patricia.perez@ua.es); [humberto.quesada@ua.es](mailto:humberto.quesada@ua.es); [german.torregrosa@ua.es](mailto:german.torregrosa@ua.es)

*Departamento de Innovación y Formación Didáctica*

*Universidad de Alicante*

Sánchez-Matamoros García, Gloria

[gsanchezmatamoros@us.es](mailto:gsanchezmatamoros@us.es)

*Departamento de Didáctica de las Matemáticas*

*Universidad de Sevilla*

### **RESUM (ABSTRACT)**

El objetivo de la investigación educativa que se desea realizar en el contexto de la Red era diseñar, implementar y evaluar entornos de aprendizaje para el desarrollo de competencias docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes de secundaria y de los propios estudiantes para profesor de matemáticas. A través de las respuestas de los estudiantes para profesor de secundaria a las diferentes tareas profesionales, se han caracterizado los procesos a través de los cuales los participantes son capaces de identificar e interpretar aspectos de las situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en particular, sobre el pensamiento relacional y procedimental que se manifiesta en las resoluciones de problemas matemáticos, y sobre los problemas aritméticos de estructura aditiva y multiplicativa. Los primeros resultados obtenidos tras la implementación de dichos módulos de enseñanza han mostrado la idoneidad y bondad del instrumento para favorecer la adquisición de la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes de secundaria y de ellos mismos, si bien algunos manifiestan dificultades para interpretar el pensamiento matemático debido a dificultades con el contenido matemático.

**Paraules clau:** Mirada profesional, estudiantes para profesor matemáticas, estudiantes de secundaria, pensamiento relacional, pensamiento procedimental, problemas aritméticos.

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 Problema o cuestión específica de l'objecte d'estudi.

En el contexto del programa formativo Master en Profesorado de Educación Secundaria de las Universidades de Alicante y Sevilla, hemos desarrollado escenarios de ensayo de nuevos instrumentos metodológicos y técnicas innovadoras de mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Una de las competencias profesionales propias del profesor o profesora de matemáticas es mirar profesionalmente (professional noticing) el pensamiento matemático de los y las estudiantes. Jacobs, Lamb y Philipp (2010) conceptualizan la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los y las estudiantes a través de tres mecanismos cognitivos: identificar las estrategias usadas por el alumnado e interpretar su comprensión para decidir cómo responder teniendo en cuenta la comprensión manifestada. En este sentido, una habilidad que puede ayudar al futuro profesorado a adquirir esta competencia docente es ser capaz de mirar profesionalmente su propio pensamiento en situaciones de resolución de tareas matemáticas específicas de los niveles de enseñanza en los que desempeñará su función docente, así como el pensamiento matemático de los estudiantes de secundaria. Para favorecer la adquisición de esta competencia hemos trabajado con los estudiantes en formación del Master del Profesorado de Secundaria en el contexto de las siguientes asignaturas:

12060 Enseñanza de las matemáticas en educación secundaria; 12062 Aproximación didáctica a la resolución de problemas de matemáticas; 12064 Innovación en la enseñanza de la matemática e investigación en didáctica de la matemática; 12061 Aprendizaje de las matemáticas en educación secundaria.

### 1.2 Revisió de la literatura

Aunque el trabajo del equipo en la Red se focaliza en la adquisición de la competencia docente “mirar profesionalmente” situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, diferenciamos entre el trabajo realizado por tres de los componentes del equipo cuyo foco de atención está en caracterizar la habilidad de los futuros profesores de secundaria en interpretar el pensamiento de los estudiantes de secundaria en resoluciones de problemas de proporcionalidad y comparación de razones. Investigaciones ligadas al desarrollo profesional del profesor de matemáticas consideran importante que los futuros profesores miren

profesionalmente el pensamiento matemático de los niños. Esta competencia pasa por saber identificar los aspectos relevantes en las producciones de los estudiantes en situaciones de enseñanza-aprendizaje, interpretar estos aspectos y tomar decisiones basadas en estas interpretaciones que permitan el progreso conceptual del estudiante (Mason, 2002). La dificultad en el desarrollo de esta competencia docente nos plantea explorar qué características tienen que tener los módulos de enseñanza en los programas de formación de maestros para apoyar su desarrollo. Aportar un marco de referencia como guía para centrar la mirada en aspectos importantes del pensamiento matemático de los alumnos se perfila como un instrumento útil que permite apoyar las interpretaciones y futura toma de decisiones de los profesores en formación en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Levin, Hammer y Coffey, 2009). Sin embargo, se han realizado pocos estudios con futuros profesores de secundaria por la dificultad que supone encontrar modelos interpretativos de la comprensión de los estudiantes en los que se puedan enmarcar sus respuestas (Nickerson, Lamb, y LaRochelle, 2017). Actualmente, el análisis de la adquisición de esta competencia docente en los programas de formación constituye una importante línea de investigación dentro de la cual se han abordado diferentes dominios matemáticos (Bernabeu, Moreno, y Llinares, 2018; Fernández, Sánchez-Matamoros, Moreno y Callejo, 2018; Ivars, González-Forte, y Fernández, 2017). En este aspecto, un dominio poco profundizado y que los futuros profesores han de contemplar en su labor docente es el de razón y proporción. Investigaciones precedentes constatan algunas dificultades de los estudiantes en el manejo de cantidades relativas, y en particular en la comparación de razones (Monje 2017). El uso de las cantidades estableciendo comparaciones no relativas para dar respuesta a ciertas situaciones que implican el manejo de razones son tipos de respuestas que los futuros profesores pueden encontrarse en las producciones de los estudiantes. Dar respuesta a estas producciones es una de las competencias que el futuro profesor debiera desarrollar para dar solución en el aula. Para el diseño del módulo sobre pensamiento relacional y procedimental nos hemos apoyado en las ideas de Skemp (1978) sobre lo que es pensamiento relacional, así como en los resultados de investigaciones sobre el pensamiento relacional en aritmética y álgebra (Castro y Molina, 2007; Hoch y Dreyfus, 2006).

### 1.3 Propòsits o objectius específics

- Caracterizar las habilidades de los futuros profesores de secundaria para interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes de secundaria en situaciones de manejo de cantidades relativas.
- Caracterizar la adquisición de la competencia docente “mirar profesionalmente” su propio pensamiento con relación al tipo de pensamiento matemático (procedimental o relacional) manifestado en la resolución de problemas de aritmética y álgebra.

## 2. OBJETIVOS

- Diseñar, implementar y evaluar entornos de aprendizaje para el desarrollo de competencias para la enseñanza de las matemáticas.
- Caracterizar los procesos a través de los cuales los estudiantes para profesor de matemáticas de secundaria identifican e interpretan aspectos de las situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como fundamento de la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes de secundaria y de ellos mismos como resolutores de problemas.

## 3. METODOLOGIA

### 3.1. Descripció del context i dels participants

El módulo sobre razonamiento proporcional se implementó a un grupo de 18 futuros profesores de matemáticas matriculados en el Máster de Profesorado de Educación Secundaria en el curso 2017/2018 en la Universidad de Alicante.

En este trabajo sobre pensamiento relacional han participado 34 estudiantes para profesor y profesora de matemáticas de la Universidad de Sevilla agrupados en ocho grupos de cuatro o cinco estudiantes. Los grados de procedencia de estos y estas estudiantes del master son diversos: matemáticas, ingeniería, arquitectura y educación primaria. En el contexto del Master de Formación del Profesorado de Secundaria que se imparte en la Universidad de Sevilla, y en la asignatura “Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas” se ha implementado un módulo sobre “Pensamiento Relacional”

### 3.2. Instrument / Innovació educativa

Para este propósito, como método dentro de un programa de formación para profesor de Educación Secundaria en el que se aborda el desarrollo del razonamiento proporcional, se

ha diseñado un módulo de enseñanza centrado en el ámbito particular de la comparación de cantidades relativas con el objetivo de estructurar una mirada profesional en los futuros profesores. En este sentido, se ha utilizado como guía un modelo interpretativo de posibles respuestas cognitivas a una tarea de comparación de razones que tiene en cuenta diferentes elementos matemáticos implicados en la comprensión de este proceso.

### 3.3. Procedimiento

Para este propósito, como método dentro de un programa de formación para profesor de Educación Secundaria en el que se aborda el desarrollo del razonamiento proporcional, se ha diseñado un módulo de enseñanza centrado en el ámbito particular de la comparación de cantidades relativas con el objetivo de estructurar una mirada profesional en los futuros profesores. En este sentido, se ha utilizado como guía un modelo interpretativo de posibles respuestas cognitivas a una tarea de comparación de razones que tiene en cuenta diferentes elementos matemáticos implicados en la comprensión de este proceso.

El módulo sobre pensamiento relacional consta de cuatro prácticas de 120 minutos cada una. Los datos de esta investigación proceden de las respuestas de los y las estudiantes para profesor a las dos primeras prácticas. En la primera práctica se proponían dos tareas matemáticas de secundaria, una de aritmética y otra de álgebra, que tenían que resolver de dos maneras diferentes los y las estudiantes para profesor de cada grupo, agrupados en parejas o tríos. En la segunda práctica, cada grupo de estudiantes para profesor y profesora debían seleccionar dos de las resoluciones propuestas por las parejas o tríos del grupo, o bien plantear otras nuevas, de forma que una de ellas evidenciara pensamiento procedimental y la otra relacional. Para la realización de esta práctica se sugirió que se apoyaran en el documento teórico diseñado específicamente para el módulo, en el cual se incluían resultados de investigaciones sobre el pensamiento relacional en matemáticas (Castro y Molina, 2007; Hoch y Dreyfus, 2006).

## 4. RESULTADOS

Los resultados apuntan a que estos futuros profesores fueron capaces de identificar los elementos matemáticos de manera completa en algunas resoluciones centrando su mirada hacia aspectos importantes del pensamiento matemático de los estudiantes e interpretando con éxito respuestas de algunos estudiantes. Este resultado es relevante, ya que la tarea profesional y el modelo interpretativo utilizado como guía puede haber contribuido a la



estructuración de la mirada profesional de estos futuros profesores.

Sobre el pensamiento relacional y procedimental, los resultados indican que los y las estudiantes para profesor de matemáticas tienen dificultades en mirar profesionalmente su propio pensamiento matemático en la resolución de las tareas propuestas, si bien, esta dificultad es menor cuando se trata de identificar evidencias de su pensamiento relacional en las tareas aritméticas. Estos resultados pueden deberse a su propio conocimiento del contenido matemático implícito en las tareas propuestas, fruto de la formación inicial.

## 5. CONCLUSIONES

Tras la implementación de los correspondientes módulos de enseñanza y aprendizaje, se concluye que es viable dotar a los estudiantes para profesor de matemáticas de secundaria de herramientas que les ayudan a profundizar en el conocimiento que un futuro profesor desarrolle sobre el pensamiento de sus estudiantes. Esto nos motiva a desarrollar más módulos de otras temáticas o contenidos matemáticos.

## 6. TAREAS DESARROLLADAS EN LA RED

PARTICIPANTE DE LA RED	TAREAS QUE DESARROLLA
Monje, Francisco Javier	Módulo de enseñanza razonamiento proporcional. Publicación actes REDES
Pérez-Tyteca, Patricia	Módulo de enseñanza razonamiento proporcional. Publicación actes REDES
Buform, À.	Módulo de enseñanza sobre resolución de problemas. Publicación actes REDES
Moreno, Mar	Módulo de enseñanza pensamiento relacional y procedimental. Publicación actes REDES y capítulo OCTAEDRO
Sánchez-Matamoros, G.	Módulo de enseñanza pensamiento relacional y procedimental. Publicación actes REDES y capítulo OCTAEDRO
Valls, J.	Módulo de enseñanza pensamiento relacional y procedimental. Publicación actes REDES y capítulo OCTAEDRO

Quesada, H.	Revisión bibliográfica para construir un modulo sobre geometría
Torregrosa, G.	Revisión bibliográfica para construir un modulo sobre geometría

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bernabeu, M., Moreno, M., & Llinares, S. (2018). Cómo estudiantes para maestro/a anticipan posibles respuestas de niños/as en actividades de reconocimiento de figuras geométricas. En R. Roig-Vila (Ed.), *El compromiso académico y social a través de la investigación e innovación educativas en la Enseñanza Superior* (pp. 59-68). Barcelona: Ediciones Octaedro.
- Castro, E., & Molina, M. (2007). Desarrollo de Pensamiento Relacional mediante trabajo con igualdades numéricas en aritmética básica. *Educación Matemática*, 19(2), 67-94.
- Fernández, A. (2009). *Razón y proporción. Un estudio en la escuela primaria*. Valencia: Universitat de València.
- Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Moreno, M., & Callejo, M.L. (2018). La coordinación de las aproximaciones en la comprensión del concepto de límite cuando los estudiantes para profesor anticipan respuestas de estudiantes. *Enseñanza de las Ciencias* 36(1), 143-162.
- Hoch, M., & Dreyfus, T. (2006). Structure sense versus manipulations skills: an unexpected result. En J. Novotná, H. Moraova, M. Krátká, y N. Stehliková (Eds.), *Proceedings 30 Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 305-312).
- Ivars, P., González-Forte, J.M., & Fernández, C. (2017). Un experimento de enseñanza para aprender a mirar profesionalmente usando una trayectoria de aprendizaje sobre fracciones. En R. Roig-Vila (Ed.), *Investigación en docencia universitaria. Diseñando el futuro a partir de la innovación educativa* (pp. 294-304). Barcelona: Ediciones Octaedro.
- Jacobs, V. R., Lamb, L.C., & Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge-Falmer.
- Mason, J., Stephen, M., & Watson, A. (2009). Appreciating Mathematical Structure for All. *Mathematics Education*, 21(2), 10-32.

Monje, J. (2017). *La re-constitución del objeto mental “relativamente” en futuros maestros* (Tesis doctoral). Universidad de Valencia, Valencia, España.

Nickerson, S., Lamb, L., & LaRochelle, R. (2017). Challenges in measuring secondary mathematics teachers' professional noticing of students' mathematical thinking. En E.O. Schack, M.H. Fisher y J.A. Wilhelm (Eds.), *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks* (pp. 381-398). London: Springer.

Skemp, R. R. (1978) Relational understanding and instrumental understanding. *The Arithmetic Teacher*, 3, 9-15.

## **8. REFERÈNCIA BIBLIOGRÀFICA DE LA PUBLICACIÓ CIENTÍFICA DE MEMBRES DE LA XARXA PUBLICADA O EN PREMSA QUE COMPLEMENTA AQUESTA MEMÒRIA**

Monje, F.J.; Pérez-Tyteca, P. (2019). Módulo de enseñanza para contribuir a estructurar la mirada profesional de futuros profesores en relación a la comparación de razones. *XARXES-INNOVAESTIC 2019. Llibre d'actes / REDES-INNOVAESTIC 2019. Libro de actas*, pp. 212-213. ISBN: 978-84-09-07185-2.

Moreno, M.; Sánchez-Matamoros, G. y Valls, J. (2019). ¿Cómo estudiantes para profesor de matemáticas miran profesionalmente su pensamiento matemático? *XARXES-INNOVAESTIC 2019. Llibre d'actes / REDES-INNOVAESTIC 2019. Libro de actas*, pp. 81-82. ISBN: 978-84-09-07185-2.

Moreno, M.; Sánchez-Matamoros, G. y Valls, J. (2019). **Código del resumen: F11943**  
*La mirada profesional de los estudiantes para profesor de matemáticas de secundaria de su pensamiento matemático. Aceptado OCTAEDRO*