

## Capítulo 2

---

# MODELOS NEURONALES DE REPRESENTACIÓN

En este capítulo se describe la red neuronal que va a ser empleada para la modelización de los objetos. En primer lugar, se realiza una introducción al conexionismo y una revisión de los diferentes modelos neuronales con aprendizaje competitivo, estudiando su capacidad de preservación de la topología. Una vez estudiadas las propiedades de cada uno de ellos, se justifica la utilización de los gases neuronales como redes caracterizadoras y preservadoras de la topología, pasando a estudiarlas con más detalle.

Dado que uno de los objetivos de este trabajo es la capacidad de satisfacer restricciones de tiempo real, se aporta una modificación de la dinámica de adaptación de los gases neuronales para dotarlos de esta capacidad, estableciendo los parámetros de aprendizaje acorde al tiempo disponible.

## 2.1 REDES AUTO-ORGANIZATIVAS

---

### 2.1.1 INTRODUCCIÓN

---

La representación reducida de los datos con todas sus interrelaciones es un problema importante en las ciencias de la información. En este sentido, la situación de las neuronas de las redes auto-organizativas juega un papel muy importante. Las neuronas organizan su conectividad para optimizar la distribución espacial de sus respuestas. Tienen la capacidad de cambiar sus respuestas, de tal modo que la posición de la neurona dentro de la red donde se obtiene la respuesta es específica a cierta característica del conjunto de señales de entrada. Se convierte la similitud en las señales de entrada en proximidad de las neuronas excitadas: las neuronas con tareas similares se comunican mediante caminos de conexiones más cortos. Esta es una propiedad muy importante de este sistema paralelo. Este proceso de ordenación o colocación de las neuronas no se realiza moviendo las neuronas, sino que es un conjunto de parámetros internos el que define la situación, los cuales son modificados en el proceso auto-organizativo.

Las redes formadas mediante auto-organización son capaces de describir relaciones topológicas entre las señales de entrada, de modo que las relaciones de semejanza más importantes entre las señales de entrada son convertidas en relaciones espaciales entre las neuronas. Las redes suelen tener una o dos dimensiones, por lo que la reducción de la dimensión de la entrada a la de la situación de la neurona dentro del mapa puede ser vista como un proceso de abstracción, de manera que el mapeado de las señales de entrada se realiza según sus propiedades más importantes y suprimiendo los detalles triviales. Además, si las señales de entrada siguen una relación de orden, esta relación se verá reflejada en el mapeado. Por tanto, se mantendrán en la disposición topológica de la red los clusters o ramas que existan en el espacio de las señales de entrada.

Existe un gran número de modelos neuronales auto-organizativos, algunos de los cuales serán estudiados a continuación. La mayor parte de ellos poseen una topología y funcionamiento básicos comunes, que se presentan a continuación.

Una red auto-organizativa  $A$  está formada por un conjunto de  $n$  neuronas:

$$A = \{c_1, c_2, \dots, c_n\} \quad (2.1)$$

donde cada una de las neuronas tiene asociado un vector de referencia perteneciente al espacio de las señales de entrada  $V$

$$w_c \in V \quad (2.2)$$

que indica la zona del espacio de entrada al cual esta neurona es más receptiva.

Las neuronas están conectadas entre sí mediante conexiones de vecindad que son simétricas y permiten establecer una relación topológica entre las diferentes neuronas pertenecientes a la red neuronal

$$C \subset A \times A \quad (2.3)$$

$$(i, j) \in C \Leftrightarrow (j, i) \in C$$

De modo que una neurona  $c$  posee un conjunto de vecinos topológicos  $N_c$ :

$$N_c = \{i \in A / (c, i) \in C\} \quad (2.4)$$

El aprendizaje se realiza a partir de un conjunto de señales de entrada  $n$ -dimensionales que son generadas siguiendo una función de densidad de probabilidad

$$p(\xi), \xi \in V \quad (2.5)$$

Para cada señal de entrada  $\xi$ , mediante un proceso competitivo entre las  $n$  neuronas, se obtiene la neurona ganadora  $s(\xi)$  definida como la neurona que posee el vector de referencia más cercano a  $\xi$

$$s(\xi) = \arg \min_{c \in A} \|\xi - w_c\| \quad (2.6)$$

donde  $\|\cdot\|$  representa, normalmente, la distancia euclídea.

Posteriormente, se produce un proceso de adaptación de los vectores de referencia de todas o parte de las neuronas de la red (dependiendo de la relación de vecindad) con el objetivo de aproximar sus vectores de referencia a la señal de entrada siguiendo la ley de Hebb:

$$\Delta w_c = \alpha \cdot (w_c - \xi) \quad (2.7)$$

donde  $\alpha$  pondera el paso de adaptación.

Una vez finalizado el proceso auto-organizativo, se obtiene un mapeado del espacio de las señales de entrada  $V$  en la red neuronal  $A$ :

$$\phi_w : V \rightarrow A, \xi \in V \rightarrow \phi_w(\xi) \in A \quad (2.8)$$

donde  $\phi_w(\xi)$  se obtiene a partir de la siguiente condición:

$$\|w_{\phi_w(\xi)} - \xi\| = \min_{c \in A} \|\xi - w_c\| \quad (2.9)$$

Aunque existe una amplia variedad de modelos auto-organizativos o con aprendizaje competitivo, únicamente se van estudiar aquellos que se han considerado más relevantes, base de las redes que se emplearán en este trabajo. Se puede encontrar información sobre otros modelos auto-organizativos en (Fritzke, 1997) (Kohonen, 1995).

Se pueden diferenciar dos grandes grupos de modelos auto-organizativos desde el punto de vista estructural: aquellos que tienen una dimensionalidad fija y topología de la red preestablecida, y los que varían su dimensionalidad durante el aprendizaje. Entre los primeros se encuentran los mapas auto-organizativos de Kohonen y las Growing Cell Structures. Entre los segundos se encuentran la Neural Gas y la Growing Neural Gas.

En el modelo auto-organizativo, desarrollado por Kohonen (1995), las neuronas están unidas entre sí formando una rejilla, normalmente bidimensional. Tiene serias limitaciones a la hora

de mapear el espacio de los vectores de entrada, ya que durante el aprendizaje no puede variar la estructura de rejilla.

Han sido ampliamente utilizados desde entonces en multitud de aplicaciones (Kohonen, 1995): compresión de imágenes (Amerijckx et al., 1998), segmentación de objetos (Wu et al., 2000), reconocimiento de formas (Iivarinen, 1998), etc.

### 2.1.2 GROWING CELL STRUCTURES

Este modelo desarrollado por Fritzke (1993a) posee una estructura flexible, con un número variable de neuronas, y una topología  $k$ -dimensional donde  $k$  es escogido arbitrariamente a priori. Las neuronas están conectadas entre sí formando hipertetraedros. En el caso más usual en el que la red es bidimensional, las neuronas están unidas formando triángulos.

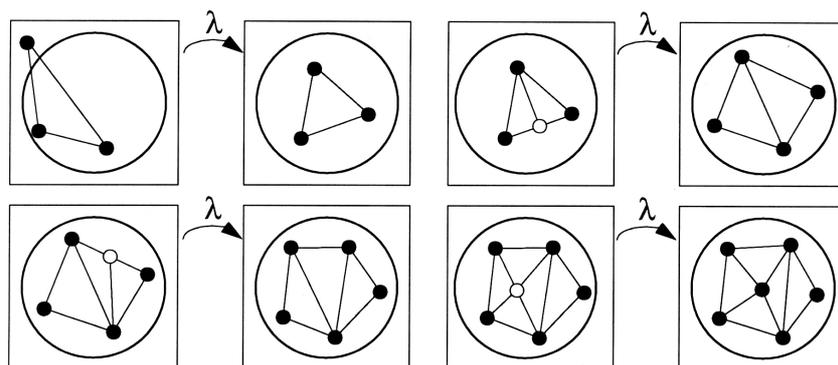


Figura 2.1. Inserción de neuronas durante el aprendizaje de la Growing Cell Structure.

A partir de un número inicial mínimo de neuronas se procede al aprendizaje, de modo que en aquellas zonas del espacio de los vectores de entrada donde se produce un mayor error se añaden nuevas neuronas con el fin de reducirlo, manteniendo siempre la estructura de hipertetraedros (Figura 2.1). Asimismo, si se da el caso de que una neurona ya no es necesaria, puede ser eliminada, quitando también las conexiones que emanan de la misma, con lo que puede ocurrir que la red neuronal se divida en diversas subredes (Figura 2.2).

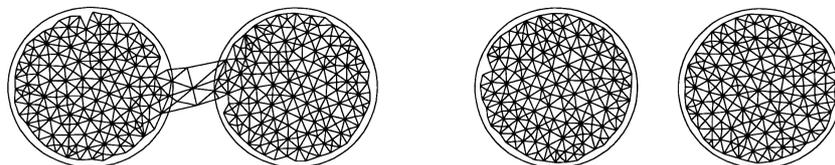


Figura 2.2. División de la red GCS en varias subredes al eliminar neuronas.

Se ha demostrado que este modelo mejora el mapeado que realizan los mapas auto-organizativos de Kohonen con respecto a diferentes criterios (Fritzke, 1993b).

Esta red ha sido empleada en la clasificación de patrones (Cheng y Zell, 2000a), compresión de imágenes (Fritzke, 1993c), reconocimiento de gestos (Flórez et al.,2001),...

## 2.2 GASES NEURONALES

---

Bajo este término se engloban diferentes modelos auto-organizativos que:

- realizan su proceso de adaptación según una función de energía (espacio de los vectores de entrada), a diferencia de los mapas auto-organizativos de Kohonen, en el que viene determinado por la estructura de la red, y
- convergen rápidamente a errores de cuantización pequeños, menores que los obtenidos con los modelos anteriores.

Estos modelos pretenden evitar la restricción de los modelos anteriores que requieren un conocimiento a priori sobre la dimensión topológica del espacio de los vectores de entrada. Por ello, no preestablecen ninguna topología de la red, sino que es durante el aprendizaje cuando las neuronas se conectan o desconectan reajustando su red de interconexión.

### 2.2.1 NEURAL GAS

---

Este modelo (Martinetz y Schulten, 1991) no establece a priori ninguna topología de la red, conectando las dos neuronas más

cercanas para cada uno de los patrones escogidos en el aprendizaje. Posee la desventaja de tener que predeterminar el tamaño de la red, es decir, el número de neuronas que posee (Figura 2.3).

Ha sido empleada en la predicción de series temporales (Martinetz et al., 1993), control de robots (Mataric, 2000), clasificación de escritura (Atukorale y Suganthan, 1998),...

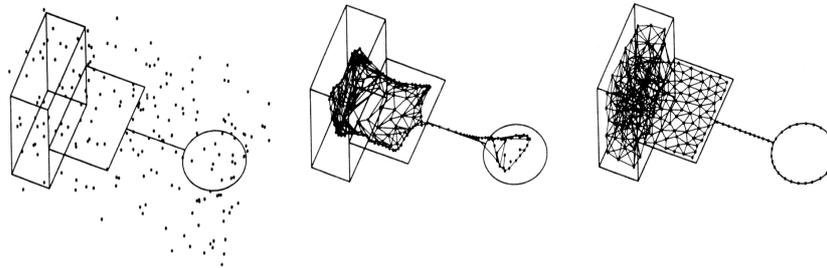


Figura 2.3. Estados inicial, intermedio y final del aprendizaje de la Neural Gas.

El algoritmo de aprendizaje es el siguiente:

1. Se inicializa el conjunto  $A$  con  $n$  neuronas:

$$A = \{c_1, c_2, \dots, c_n\} \quad (2.10)$$

con sus respectivos vectores de referencia establecidos aleatoriamente, aunque suele seguirse la función de densidad de probabilidad  $p(\xi)$ .

Se crea el conjunto de conexiones como el conjunto vacío

$$C = \phi \quad (2.11)$$

Se inicializa el parámetro que mide el tiempo:

$$t = 0 \quad (2.12)$$

2. Se genera una señal de entrada  $\xi$  según  $p(\xi)$ .
3. Se ordenan todos los elementos de  $A$  según su distancia a  $\xi$ , encontrando la secuencia de índices  $(i_0, i_1, \dots, i_{n-1})$

tal que  $w_{i_0}$  es el vector de referencia más cercano a  $\xi$  y  $w_{i_{n-1}}$  es el vector de referencia más lejano.

4. Se adaptan los vectores de referencia según:

$$\Delta w_i = \varepsilon(t) \cdot h_\lambda(k_i(\xi, A)) \cdot (\xi - w_{s_i}) \quad (2.13)$$

donde  $k_i(\xi, A)$  representa el índice  $k$  para el vector de referencia  $w_i$  dentro de la secuencia anterior, y:

$$\lambda(t) = \lambda_0 \left( \lambda_{t_{max}} / \lambda_0 \right)^{t/t_{max}} \quad (2.14)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \left( \varepsilon_{t_{max}} / \varepsilon_0 \right)^{t/t_{max}} \quad (2.15)$$

$$h_\lambda(k) = \frac{1}{e^{k/\lambda(t)}} \quad (2.16)$$

5. Si la conexión entre las neuronas  $i_0$  e  $i_1$  no existe, entonces es creada

$$C = C \cup \{(i_0, i_1)\} \quad (2.17)$$

Se establece a 0 la edad de la conexión entre ellas

$$edad(i_0, i_1) = 0 \quad (2.18)$$

6. Se incrementan las edades de todas las aristas que emanan de  $i_0$

$$edad(i_0, i) = edad(i_0, i) + 1, \forall i \in N(i_0) \quad (2.19)$$

7. Se eliminan todas las aristas cuya edad sea mayor que una cierta edad máxima  $T(t)$  donde:

$$T(t) = T_0 \left( T_{t_{max}} / T_0 \right)^{t/t_{max}} \quad (2.20)$$

8. Se incrementa el parámetro temporal

$$t = t + 1 \quad (2.21)$$

9. Si  $t < t_{max}$  se continúa en el paso 2.

En resumen, la ordenación de las neuronas, según su distancia al patrón de entrada, y la posterior modificación de sus vectores de referencia, produce la expansión de las mismas dentro del espacio de entrada. Posteriormente, mediante la inserción y eliminación de aristas se establece una triangulación entre los diversos elementos de procesamiento.

### 2.2.2 GROWING NEURAL GAS

A partir de los modelos de Neural Gas y de Growing Cell Structures, Fritzke (1995) desarrolla el modelo de Growing Neural Gas, en el que no se preestablece una topología de unión entre las neuronas y en el que, a partir de un número inicial, nuevas neuronas son insertadas (Figura 2.4).

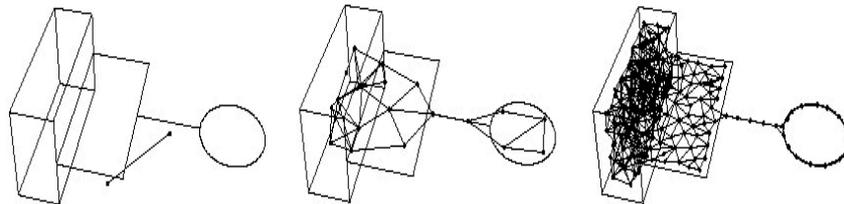


Figura 2.4. Estados inicial, intermedio y final del aprendizaje de la Growing Neural Gas.

Este modelo ha sido empleado en aplicaciones relacionadas con la robótica (Marsland et al., 2000), la compresión de datos (Bougrain y Alexandre, 1999), el reconocimiento de gestos (Boehme et al., 1998),...

El algoritmo de aprendizaje es el siguiente:

1. Se crea el conjunto  $A$  con únicamente dos neuronas  $c_1$  y  $c_2$

$$A = \{c_1, c_2\} \quad (2.22)$$

con sus respectivos vectores de referencia  $w_1$  y  $w_2$  inicializados aleatoriamente, siguiendo usualmente la función de densidad de probabilidad  $p(\xi)$ .

Se inicializa el conjunto de conexiones al conjunto vacío

$$C = \emptyset \quad (2.23)$$

2. Se genera una señal de entrada  $\xi$  según  $p(\xi)$ .
3. Se localizan la neurona ganadora  $s_1$  y la segunda neurona más cercana  $s_2$  obtenidas como

$$s_1 = \arg \min_{c \in A} \|\xi - w_c\| \quad (2.24)$$

$$s_2 = \arg \min_{c \in A - \{s_1\}} \|\xi - w_c\| \quad (2.25)$$

4. Si la conexión entre ambas neuronas  $s_1$  y  $s_2$  no existe, entonces es creada

$$C = C \cup \{(s_1, s_2)\} \quad (2.26)$$

Se fija a 0 la edad de la conexión entre ellas

$$edad(s_1, s_2) = 0 \quad (2.27)$$

5. Se añade el cuadrado de la distancia existente entre la señal de entrada y el vector de referencia de la neurona ganadora a una variable de error local

$$\Delta E_{s_1} = \|\xi - w_{s_1}\|^2 \quad (2.28)$$

6. Se adaptan los vectores de referencia de la neurona ganadora  $s_1$  así como de todas sus neuronas vecinas. Esta adaptación se pondera según  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$ .

$$\Delta w_{s_1} = \varepsilon_1 (\xi - w_{s_1}) \quad (2.29)$$

$$\Delta w_i = \varepsilon_2(\xi - w_i), \forall i \in N_{s_j} \quad (2.30)$$

7. Se incrementan las edades de todas las aristas que emanan de  $s_j$

$$edad(s_j, i) = edad(s_j, i) + 1, \forall i \in N_{s_j} \quad (2.31)$$

8. Se eliminan todas las aristas cuya edad sea mayor que una cierta cantidad  $edad_{max}$ . Si al producirse la eliminación una neurona se queda aislada, es decir, sin aristas que salgan de ella, esta neurona es eliminada.

9. Cada cierto número  $\lambda$  de señales de entrada generadas se inserta una neurona según el siguiente proceso:

- Se determina la neurona  $q$  con el mayor error acumulado:

$$q = \arg \max_{c \in A} E_c \quad (2.32)$$

- Se localiza la neurona  $f$  vecina de  $q$  con mayor error acumulado:

$$f = \arg \max_{c \in N_q} E_c \quad (2.33)$$

- Se inserta una nueva neurona  $r$  entre  $f$  y  $q$ :

$$A = A \cup \{r\} \quad (2.34)$$

$$w_r = \frac{(w_q + w_f)}{2} \quad (2.35)$$

- Se insertan nuevas conexiones entre la neurona  $r$  y las neuronas  $f$  y  $q$ , eliminando la conexión que existía entre éstas:

$$\begin{aligned} C &= C \cup \{(r, q), (r, f)\} \\ C &= C - \{(q, f)\} \end{aligned} \quad (2.36)$$

- Se decrece el error de las neuronas  $f$  y  $q$  por una fracción  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} \Delta E_f &= -\alpha E_f \\ \Delta E_q &= -\alpha E_q \end{aligned} \quad (2.37)$$

- Se interpola el error de la neurona  $r$  entre los errores de  $f$  y  $q$ :

$$E_r = \frac{(E_f + E_q)}{2} \quad (2.38)$$

10. Se decrece el error de todas las neuronas

$$\Delta E_c = -\beta E_c, \forall c \in A \quad (2.39)$$

11. Si se cumple una determinada condición (tamaño máximo de la red, error cuadrático medio,...) se finaliza el proceso. Si no es así, se continúa con el paso 2.

En resumen, la adaptación de la red al espacio de los vectores de entrada se produce en el paso 6. La inserción de conexiones (paso 4) entre la neurona ganadora y la segunda más cercana a la señal de entrada induce finalmente una triangulación de Delaunay.

La eliminación de conexiones (paso 8) elimina las aristas que ya no forman parte de dicha triangulación. Esto es realizado eliminando las conexiones entre neuronas que ya no se encuentran próximas o que tienen neuronas más cercanas, de modo que la edad de dichas conexiones supera un umbral.

La acumulación del error (paso 5) permite identificar aquellas zonas del espacio de los vectores de entrada donde es necesario incrementar el número de neuronas para mejorar el mapeado.

## 2.3 PRESERVACIÓN DE LA TOPOLOGÍA

### 2.3.1 REDES PRESERVADORAS DE LA TOPOLOGÍA

El resultado final del proceso auto-organizativo o de aprendizaje competitivo está estrechamente ligado al concepto de la triangulación de Delaunay. La región de Voronoi de una neurona está formada por todos los puntos del espacio de entrada para el que ésta resulta la neurona ganadora. Por tanto, como resultado final del aprendizaje competitivo se obtiene un grafo (red neuronal), cuyos vértices son las neuronas de la red y cuyas aristas son las conexiones entre las mismas, que representa la triangulación de Delaunay del espacio de entrada correspondiente a los vectores de referencia de las neuronas de la red.

Aunque tradicionalmente se ha indicado que esta triangulación, resultado del aprendizaje competitivo, preserva la topología del espacio de entrada, (Martinetz y Schulten, 1994) introduce una nueva terminología que restringe esta cualidad.

Se indica que el mapeado  $\phi_w$  de  $V$  en  $A$  preserva la vecindad si vectores de características similares, vectores cercanos en el espacio de entrada  $V$ , son mapeados en neuronas cercanas de  $A$ .

Asimismo, se señala que el mapeado inverso

$$\phi_w^{-1} : A \rightarrow V, c \in A \rightarrow w_c \in V \quad (2.40)$$

preserva la vecindad si neuronas cercanas en  $A$  tienen asociados vectores de características próximos dentro del espacio de entrada.

Combinando ambas definiciones, se establece como *Red Preservadora de la Topología (RPT)* a aquella red  $A$  cuyos mapeados  $\phi_w$  y  $\phi_w^{-1}$  son preservadores de la vecindad.

De este modo, los mapas auto-organizativos de Kohonen no serían preservadores de la topología como tradicionalmente han sido considerados, ya que esto sólo ocurriría en el caso de que la topología del mapa y del espacio de entrada coincidieran. Dado

que la topología de la red es establecida a priori, desconociendo posiblemente la topología del espacio de entrada, no se va a poder asegurar que los mapeados  $\phi_w$  y  $\phi_w^{-1}$  preserven la vecindad.

Las Growing Cell Structures de Fritzke tampoco son preservadoras de la topología ya que la topología de la red está establecida a priori (triángulos, tetraedros,...). Sin embargo, como ya se indicó, sí que se mejora el funcionamiento respecto de los mapas de Kohonen, debido a su capacidad de inserción y eliminación de neuronas.

Por último, el grafo resultante del aprendizaje competitivo de las Neural Gas y de las Growing Neural Gas, es una triangulación de Delaunay inducida (Figura 2.5), subgrafo de la triangulación de Delaunay, en el que únicamente se encuentran las aristas de la triangulación de Delaunay cuyos puntos pertenezcan al espacio de entrada  $V$ . En (Martinetz y Schulten, 1994) se demuestra que estos modelos son Redes Preservadoras de la Topología.

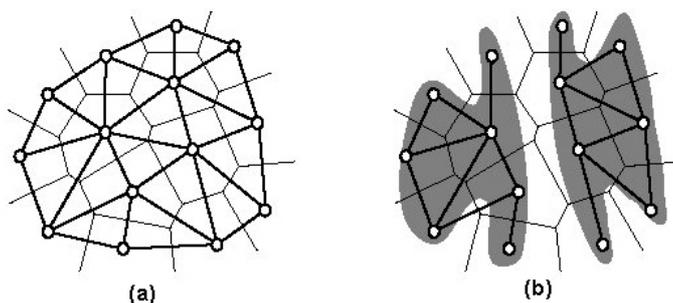


Figura 2.5. (a) Triangulación de Delaunay, (b) Triangulación de Delaunay inducida

### 2.3.2 ESTUDIO DE LA PRESERVACIÓN DE LA TOPOLOGÍA DE LOS MODELOS AUTO-ORGANIZATIVOS

La principal propiedad de los modelos auto-organizativos es la extracción de la estructura esencial de los datos de entrada, mediante la adaptación de la red de neuronas. En el caso de los modelos cuya topología es establecida a priori, la dimensión geométrica de la red suele ser de menor dimensión que el espacio de entrada. Si esta dimensión es mucho menor, la red intenta

aproximar la mayor dimensionalidad doblándose dentro del espacio de entrada, sin preservar la topología del mismo.

Es por esto, que han surgido diferentes medidas que cuantifican el grado de preservación de la topología (Bauer et al., 1999) para determinar cuál debe ser la dimensionalidad correcta de la red: el producto topográfico (Apéndice A), la medida  $\rho$  de Spearman, la medida de Zrehen, la función topográfica o la medida de coste C.

En este trabajo, se ha empleado el producto topográfico que es, de todas ellas, la que ha sido más ampliamente utilizada en la literatura (Merkl et al., 1994) (Herbin, 1995) (Trautmann y Denoeux, 1995).

Del estudio realizado (Apéndice A) se extrae que las redes que mejor preservan la topología de los espacios de entrada son aquellas cuya topología no está definida a priori (Figura 2.6), sino que se adapta con el aprendizaje: las Neural Gas y las Growing Neural Gas.

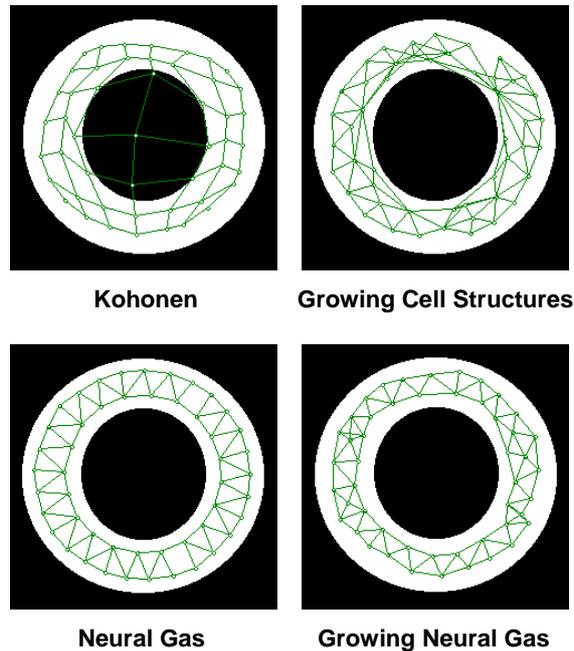


Figura 2.6. Adaptación de diversos modelos auto-organizativos a un espacio de entrada.

Sólo en aquellos casos en los que el espacio de entrada tiene una estructura similar a la topología predefinida de los mapas auto-organizativos, el producto topográfico es similar al de los otros modelos. Esto es debido a que en el cálculo del producto topográfico únicamente se considera la topología de la red, ya que se asume que se ha realizado un correcto aprendizaje del espacio de entrada y que, por tanto, se habrá obtenido una correcta adaptación de la red. Sin embargo, en estos casos no es así, ya que se observa que los mapas de Kohonen caracterizan peor el espacio de entrada al producirse un mayor error de cuantización (Figura 2.7).

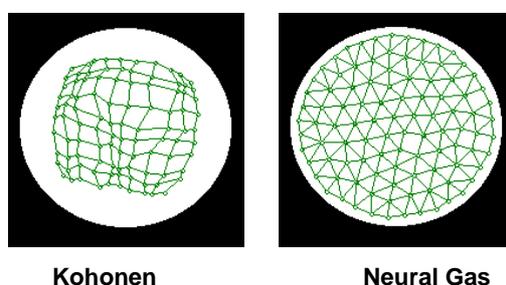


Figura 2.7. Comparación del error de cuantización entre mapas de Kohonen y Neural Gas.

Las Neural Gas y las Growing Neural Gas tienen un comportamiento similar, sin embargo, la complejidad del aprendizaje de las Neural Gas es muy superior al de las Growing Neural Gas, obteniendo unos tiempos de aprendizaje muy superiores, por ejemplo, para el caso de una red con un número final de 100 neuronas (Tabla 2.1). Esto es debido, principalmente, al proceso de ordenación que hay que realizar por cada uno de los patrones de entrada (paso 3 del aprendizaje de la Neural Gas).

Modelo auto-organizativo	Tiempo de aprendizaje (segundos)
Kohonen	38
Growing Cell Structure	9
Neural Gas	117
Growing Neural Gas	12

Tabla 2.1. Tiempos de aprendizaje de los diferentes modelos auto-organizativos.

De hecho, si se interrumpiera el aprendizaje de la Neural Gas a los 12 segundos, que es el tiempo en el que finalizan su aprendizaje las Growing Neural Gas, ésta no habrá realizado, siquiera, una aproximación al espacio de entrada, debido al empleo de parámetros que decaen con el número de iteraciones (Figura 2.8).

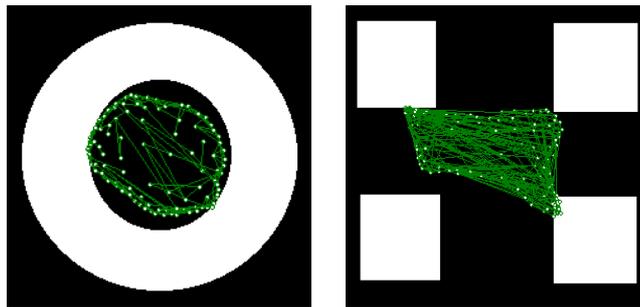


Figura 2.8. Adaptación incompleta de la Neural Gas.

Se puede concluir que aquellas redes auto-organizativas que mejor preservan la topología de un espacio de entrada y que, por tanto, van a servir para hacer una representación de los objetos, son los gases neuronales. El empleo de cada uno de ellos vendrá determinado por la aplicación. Por un lado, las Neural Gas realizan una representación más próxima al objeto (Figura 2.6). Por otro, las Growing Neural Gas tienen una menor complejidad temporal y espacial, ya que al ir incrementando el número de neuronas durante el aprendizaje, dicho espacio y elementos de procesamiento pueden servir para otras tareas.

## 2.4 INCORPORACIÓN DE RESTRICCIONES DE TIEMPO REAL

En el caso que se está tratando, las restricciones temporales determinarán el tiempo disponible para completar la adaptación del modelo auto-organizativo. Si el proceso de aprendizaje de la red no puede finalizar en dicho tiempo límite, la preservación de la topología se verá afectada.

### 2.4.1 NEURAL GAS PARA TIEMPO REAL

La elevada complejidad temporal de este modelo, en comparación con los otros, provoca que ante un límite de tiempo para el proceso de aprendizaje, la adaptación podría no haberse completado. En ese caso, la preservación de la topología se ve considerablemente afectada, debido al empleo de parámetros que decaen con el número de iteraciones, provocando movimientos de adaptación más bastos al principio del aprendizaje, para posteriormente aproximarse de forma más suave. Si no se llega a esta última fase, la red no logra representar con suficiente fidelidad al objeto. Sin embargo, si el proceso adaptativo finaliza, es el modelo que mejor preserva la topología del espacio de entrada. Esto hace que se plantee en este punto, la posibilidad de modificar los parámetros de aprendizaje de la Neural Gas para lograr que el ajuste de la red finalice.

Para ello, la posibilidad inmediata es la de reducir el número de iteraciones  $t_{max}$  de modo que dé tiempo a finalizar la adaptación. Por supuesto, esto conlleva la modificación de todos los parámetros de aprendizaje que dependen de  $t_{max}$ , provocando un aprendizaje menos fino (Tabla 2.2).

Espacio de entrada	$t_{max} = 10000$ (1 s.)	$t_{max} = 25000$ (3 s.)	$t_{max} = 50000$ (6 s.)	$t_{max} = 100000$ (12 s.)
Cuadrado	0.028831	0.007385	0.006957	0.006390
Círculo	0.028856	0.007847	0.006655	0.006207
Anillo	0.020108	0.004789	0.004028	0.003454
4 cuadros	0.035654	0.003764	0.003726	0.003690
Mano	0.033541	0.011564	0.010345	0.005739

Tabla 2.2. Cálculo del producto topográfico de Neural Gas con distintas  $t_{max}$ .

De la tabla se extrae que, aun reduciendo el número de patrones presentados, la preservación de la topología que se logra con la Neural Gas es mejor que la de lograda con la Growing Neural Gas, a igualdad de tiempos de aprendizaje (últimas columnas de

las tablas 2.2 y 2.3). Sin embargo, si se reduce  $t_{max}$  considerablemente, el número de patrones es insuficiente para realizar una correcta adaptación de la red y la preservación de la topología se ve claramente afectada.

### 2.4.2 GROWING NEURAL GAS PARA TIEMPO REAL

En el caso de la Growing Neural Gas la finalización del aprendizaje suele venir determinado por la inserción de todas las neuronas hasta obtener el tamaño máximo de la red. Si se desea operar en tiempo real se incluirá la finalización del tiempo de aprendizaje entre las diferentes condiciones de terminación del mismo.

De este modo, si no existe tiempo suficiente para la finalización del aprendizaje no se conseguirá insertar todas las neuronas y, por tanto, completar la red. Esto provoca que la preservación de la topología se vea afectada al realizar una peor aproximación de la red al espacio de entrada (Tabla 2.3). Sin embargo, aunque la adaptación es bastante buena (Figura 2.9), la red posee menos neuronas y existen aristas que conectan neuronas incorrectamente, de modo que no se establece una triangulación adecuada.

Espacio de entrada	25% del tiempo de aprendizaje (3 s.)	50% del tiempo de aprendizaje (6 s.)	75% del tiempo de aprendizaje (9 s.)	100% del tiempo de aprendizaje (12 s.)
Cuadrado	0.016485	0.009796	0.00947	0.007785
Círculo	0.015197	0.010809	0.009112	0.007832
Anillo	0.013155	0.00717	0.006792	0.005030
4 cuadros	0.005537	0.00517	0.004711	0.004221
Mano	0.010262	0.009158	0.006435	0.00607

Tabla 2.3. Cálculo del producto topográfico de Growing Neural Gas con restricciones temporales.

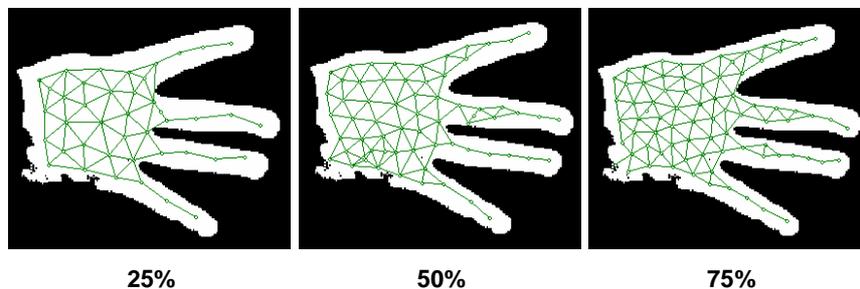


Figura 2.9. Adaptación de la Growing Neural Gas con límites de tiempo.

Sin embargo, si lo que se desea es obtener una red completa, con todas sus neuronas, en un tiempo predeterminado, se debe modificar el algoritmo de aprendizaje de la misma para acelerar su finalización.

Hay diversas cuestiones que intervienen en la duración del proceso adaptativo: el número de patrones de entrada  $\lambda$  por iteración, el número de neuronas insertadas en cada iteración, la posibilidad de eliminar neuronas,... Contemplando estas posibilidades, se presentan, a continuación, tres modificaciones del proceso de adaptación de la Growing Neural Gas para que se pueda efectuar su aprendizaje bajo una restricción temporal:

- Elección de un menor número de señales de entrada por iteración
- Inserción de varias neuronas por iteración
- Completado de la red una vez finalizado el aprendizaje

Estas tres técnicas no consideran la posibilidad que existe en el aprendizaje de eliminación de neuronas (paso 8 del algoritmo general), lo cual ralentizaría el aprendizaje y, por consiguiente, podría no finalizar en el tiempo establecido.

#### **VARIACIÓN 1: ELECCIÓN DE UN MENOR NÚMERO DE SEÑALES DE ENTRADA POR ITERACIÓN**

Esta primera variación al algoritmo original de aprendizaje de la Growing Neural Gas es similar a la empleada con la Neural Gas. Dado que cada cierto número  $\lambda$  de señales de entrada se debe

insertar una nueva neurona (paso 9), si se reduce este número, cada neurona será insertada a intervalos menores de tiempo y, por tanto, se tardará menos en completar el mapa.

Sin embargo, el elegir pocas señales de entrada por iteración afecta a la adaptación de la red al espacio de entrada (Figura 2.10) y a la preservación de la topología de la misma. Este hecho se observa en la Tabla 2.4 donde el producto topográfico se distancia de 0, valor ideal, según disminuye  $\lambda$ .

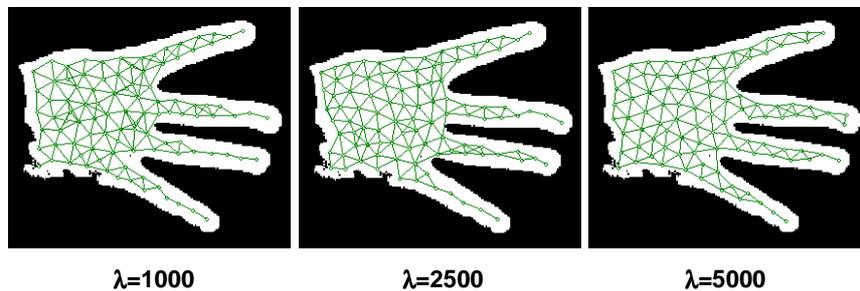


Figura 2.10. Adaptación de la Growing Neural Gas modificando el número de patrones por iteración  $\lambda$ .

Espacio de entrada	$\lambda = 1000$ (1 s.)	$\lambda = 2500$ (3 s.)	$\lambda = 5000$ (6 s.)	$\lambda = 10000$ (12 s.)
Cuadrado	0.011742	0.008881	0.008465	0.007785
Círculo	0.010926	0.009457	0.008097	0.007832
Anillo	0.007538	0.005919	0.005193	0.00503
4 cuadros	0.005962	0.004772	0.004703	0.004221
Mano	0.008488	0.00709	0.006224	0.00607

Tabla 2.4. Cálculo del producto topográfico de Growing Neural Gas (variación 1).

Cuando el valor de  $\lambda$  es pequeño el aumentarlo provoca una gran mejora en el producto topográfico. Según este número de señales de entrada por iteración se acerca al número de puntos del espacio de entrada el producto topográfico se estabiliza,

mostrando un mayor tiempo de aprendizaje que no conlleva una proporcional mejoría en la preservación de la topología.

Por otro lado, si el tiempo disponible para el aprendizaje es bajo (1 segundo), el comportamiento de la red sigue siendo bueno. Al contrario que la Neural Gas, que para finalizar en ese mismo tiempo, por su mayor complejidad, requiere la presentación de un número mucho menor de patrones, lo que perjudica claramente al aprendizaje del espacio de entrada.

## VARIACIÓN 2: INSERCIÓN DE VARIAS NEURONAS POR ITERACIÓN

Existe un trabajo (Cheng y Zell, 2000b) en esta línea en el que se establece una modificación del algoritmo de aprendizaje de la GNG para insertar en cada iteración dos neuronas. Sin embargo, no en todas las iteraciones, dependiendo de diversas circunstancias, se insertan ambas neuronas, sino que puede darse el caso de que sólo se inserte una de ellas y, por tanto, que el aprendizaje no se acelere.

Para ello, en esta variación del algoritmo de aprendizaje de la GNG permanece estable el número de señales de entrada  $\lambda$ , repitiéndose por cada iteración varias veces el paso 9 del aprendizaje. De este modo, se asegura que el aprendizaje finalizará en un tiempo determinado.

Espacio de entrada	Inserción de 1 neurona (12 s.)	Inserción de 2 neuronas (6 s.)	Inserción de 5 neuronas (3 s.)	Inserción de 7 neuronas (1.5 s.)	Inserción de 10 neuronas (1 s.)
Cuadrado	0.007785	0.008524	0.008682	0.009134	0.009427
Círculo	0.007832	0.008055	0.008806	0.010069	0.010685
Anillo	0.00503	0.005381	0.006401	0.007660	0.008696
4 cuadros	0.004221	0.004571	0.0052	0.005402	0.006033
Mano	0.00607	0.006423	0.006923	0.007968	0.008416

Tabla 2.5. Cálculo del producto topográfico de Growing Neural Gas insertando diferente número de neuronas (variación 2).

Por supuesto, el realizar este aprendizaje más basto del espacio de entrada (Figura 2.11) provoca que la preservación de la topología se vea afectada (Tabla 2.5).

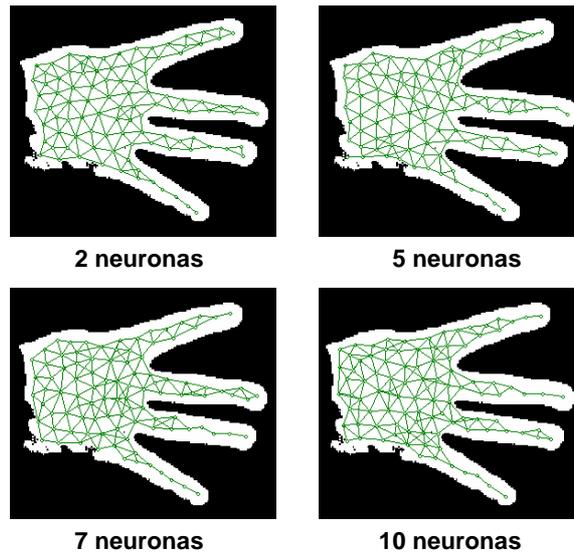


Figura 2.11. Adaptación de la Growing Neural Gas modificando el número de neuronas insertadas por iteración.

### VARIACIÓN 3: COMPLETADO DE LA RED UNA VEZ FINALIZADO EL APRENDIZAJE

En esta última variación se realiza un aprendizaje normal de la red estableciendo un tiempo límite para la realización del mismo, de modo que si no ha habido tiempo suficiente la red no estará completa. Es en este punto, en el que se procede a efectuar la inserción de las neuronas que resten para completar la red, de modo similar a como se realiza en el paso 9 del aprendizaje.

Tras esta masiva inserción de neuronas, se realiza un proceso de adaptación final de la red realizando únicamente los pasos 2 a 6 con un número  $\lambda$  de señales de entrada. De este modo, todas estas neuronas que han sido creadas al final del aprendizaje pueden adaptarse mejor al espacio de entrada. Esta inserción final de neuronas y el proceso final de adaptación provoca que se aumente el tiempo de aprendizaje, por lo que debe ser tenido en

cuenta a la hora de establecer el tiempo límite en el cual la red realiza la primera fase de aprendizaje normal.

La preservación de la topología, en este caso, se ve mucho más afectada que con las variaciones anteriores (Figura 2.12). En este caso, el producto topográfico es mucho mayor que en los casos anteriores disponiendo del mismo tiempo para realizar el aprendizaje (Tabla 2.6).

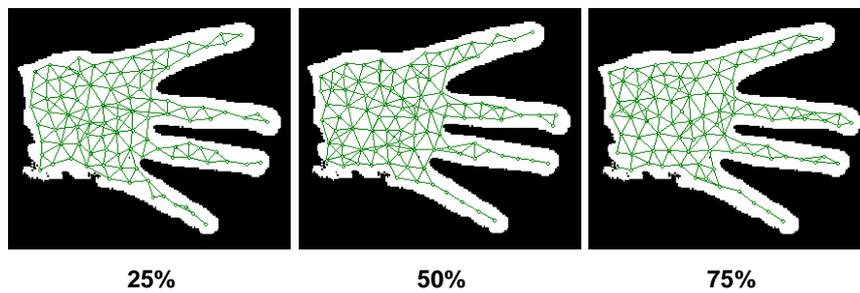


Figura 2.12. Adaptación de la Growing Neural Gas completando la red una vez finalizado el tiempo.

Espacio de entrada	25% del tiempo de aprendizaje (3 s.)	50% del tiempo de aprendizaje (6 s.)	75% del tiempo de aprendizaje (9 s.)	100% del tiempo de aprendizaje (12 s.)
Cuadrado	0.013381	0.011922	0.010735	0.007785
Círculo	0.013371	0.010869	0.009202	0.007832
Anillo	0.009024	0.008312	0.00741	0.005030
4 cuadros	0.006379	0.005976	0.005368	0.004221
Mano	0.009263	0.008198	0.007155	0.00607

Tabla 2.6. Cálculo del producto topográfico de Growing Neural Gas completando la red una vez finalizado el aprendizaje (variación 3).

## 2.5 CONCLUSIONES

---

En este capítulo se ha presentado el modelo conexionista que va a proporcionar la representación de los objetos bidimensionales. Para ello, se ha introducido el fundamento de comportamiento de las redes neuronales auto-organizativas, las cuales tienen la capacidad de adaptar su topología a un espacio de entrada, y se ha realizado un estudio de la capacidad de preservación de la topología de varios modelos auto-organizativos.

De este estudio, se desprende que los gases neuronales son los que realizan una mejor representación de la topología de un espacio de entrada. De hecho, son los únicos que poseen la capacidad de división de la red durante el aprendizaje, de modo que se pueden representar espacios no continuos. De éstos, la Neural Gas realiza una mejor preservación a costa de una mayor complejidad temporal y espacial.

Estos modelos son inherentemente paralelos, lo cual les hace muy adecuados para tratar problemas de visión. Por otro lado, se han modificado los algoritmos de aprendizaje correspondientes para que puedan presentar una respuesta bajo restricciones de tiempo real, estudiando como afecta este hecho a la preservación de la topología.

El desarrollo de arquitecturas, tanto paralelas como de tiempo real, a partir del modelo de representación presentado es prácticamente inmediato. El empleo del conexionismo aporta alto rendimiento en el procesamiento, mientras que el aprendizaje iterativo y las modificaciones introducidas en el proceso auto-organizativo, introduce operatividad en tiempo real.

