

Apéndice A

Conclusiones y líneas futuras de trabajo

En esta memoria se estudian diversos algoritmos BSP del tipo *divide y vencerás* para la resolución de sistemas lineales tridiagonales, utilizando tres métodos distintos. El primero se basa en la aplicación de la fórmula de Sherman-Morrison y constituye una modificación del método del desacoplamiento recursivo; el segundo está basado en la aplicación de la fórmula de Sherman-Morrison-Woodbury para el cálculo de la inversa de una matriz, mientras que el tercero se basa en el método de Bondeli para sistemas tridiagonales.

Se calcula el coste computacional de todos los algoritmos estudiados, siguiendo el modelo de coste que nos proporciona el modelo de computación paralela BSP. También se realiza un estudio del comportamiento paralelo de todos estos algoritmos, basándonos en el cálculo del *speedup* y de la eficiencia de los mismos. Las máquinas donde se predicen estos resultados son un IBM SP2, un CRAY T3D y un cluster de Pentiums. El IBM SP2 admite un switch de alto rendimiento y una conexión de tipo ethernet, lo que produce distintos valores de los parámetros BSP de la máquina.

Basándonos en el método del desacoplamiento recursivo, se obtiene un algoritmo para 2 procesadores y dos algoritmos para 2^m procesadores, con $m > 1$. La diferencia básica entre ambos radica en el modelo de comunicación que utilizan: en el primero de ellos se utiliza un esquema de tipo *fan-in*, mientras que en el segundo se envían los datos al procesador principal, que es el encargado de acabar la

computación. Una comparativa de ambos algoritmos nos permite afirmar que cuando utilizamos una máquina donde las comunicaciones son muy rápidas, como es el CRAY T3D, el algoritmo basado en un esquema de comunicaciones *fan-in* siempre es más rápido que el otro. Esto no sucede para el resto de máquinas, salvo para el caso del IBM SP2 con switch, trabajando con 8 procesadores y para valores de $n \geq 4096$, siendo $n \times n$ el tamaño de la matriz de coeficientes.

Basados en la fórmula de Sherman-Morrison-Woodbury, se estudian cuatro algoritmos BSP cuyas diferencias se encuentran en el modelo de comunicaciones que utilizan y en el método empleado para la resolución del sistema tridiagonal auxiliar necesario para calcular la solución del sistema inicial. Comparando estos algoritmos, concluimos que tanto en el IBM SP2 como en el cluster de Pentiums no se aprecian diferencias notables en los tiempos de ejecución de los mismos, aunque el más rápido de todos es el algoritmo 4.2, en el que cada procesador resuelve el sistema tridiagonal auxiliar secuencialmente y las comunicaciones se producen hacia el procesador principal. En el CRAY T3D, los más rápidos son los algoritmos 4.4 y 4.5, cuya característica principal es la resolución en paralelo del sistema tridiagonal auxiliar utilizando los métodos *recursive doubling* y de reducción cíclica, respectivamente.

Tomando como referencia el método divide y vencerás de Bondeli, se estudian tres algoritmos distintos. En el primero la solución se obtiene en el procesador principal; en el segundo todos los procesadores trabajan hasta el final en la obtención de la solución y en el tercero se resuelve el sistema tridiagonal auxiliar en paralelo utilizando el método *recursive doubling*. Para todas las máquinas el algoritmo más rápido es el algoritmo 5.3, que es el que resuelve en paralelo el sistema tridiagonal auxiliar. Las diferencias son notables respecto a los otros algoritmos.

El estudio comparativo de todos los algoritmos nos lleva a afirmar que aquellos que presentan los mejores tiempos de ejecución son los basados en la fórmula de Sherman-Morrison-Woodbury, especialmente el algoritmo 4.2, junto con el algoritmo 5.3. Los tiempos de estos dos algoritmos para valores grandes de n son prácticamente idénticos. En general, los peores tiempos se obtienen para los algoritmos basados en la fórmula de Sherman-Morrison. Si comparamos a nivel global los valores del *speedup* y de la eficiencia notamos que los mejores valores los proporciona el algoritmo 3.4, que sigue un esquema de comunicación de tipo *fan-in*. Son especialmente destacables los valores que se obtienen en el CRAY T3D. Su comportamiento paralelo es notablemente mejor que el resto de algoritmos. El comportamiento paralelo de todos los algoritmos estudiados en el IBM SP2 con conexión ethernet es bastante deficiente como consecuencia de la lentitud

en las comunicaciones.

En cuanto a las líneas de investigación futuras, por una parte tenemos el estudio y generalización de estos métodos a matrices por bandas, efectuando comparaciones entre los distintos algoritmos con el fin de obtener un algoritmo óptimo. También es interesante considerar el caso de matrices tridiagonales simétricas, analizando las simplificaciones que deben ser introducidas en los algoritmos para aprovechar convenientemente esta estructura.

Una segunda línea de trabajo consistiría en el estudio y profundización de estos métodos del tipo *divide y vencerás* aplicados al problema del cálculo de valores y vectores propios.

