

# Prólogo

La resolución de sistemas de ecuaciones lineales tridiagonales en paralelo es un problema extensamente analizado y estudiado durante las dos últimas décadas. La razón para este interés es doble, por un lado está el punto de vista académico: el problema presenta una doble vertiente de desafío por el poco paralelismo inherente que muestra al tiempo que de sencillez y simplicidad en su tratamiento; por el otro lado está el punto de vista de la ingeniería pues son muchas las aplicaciones de diversos campos en las que se hace necesaria la resolución de sistemas tridiagonales, tal es el caso del método iterativo para la resolución de ecuaciones diferenciales parciales ADI (*Alternating Direction Implicit*), el ajuste de curvas mediante *splines* cúbicos, el tratamiento estadístico de los fotones en los rayos láser o la modelización del comportamiento eléctrico de las neuronas. La mayoría de los algoritmos (y aplicaciones para arquitecturas concretas) propuestos para resolver este tipo de sistemas en paralelo están basados en los trabajos desarrollados en las décadas de los sesenta y setenta.

Hockney y Golub [62] proponían en 1965 el primer método específico para resolver sistemas tridiagonales: reducción cíclica (*Cyclic Reduction*). Aunque originalmente el método no era paralelo, fue precursor de una amplia familia de algoritmos paralelos basados en el mismo. El primer algoritmo paralelo para la resolución de sistemas tridiagonales, propuesto por Stone [96] en 1973, es el método *Recursive Doubling* que utiliza transformaciones (basadas en las propiedades asociativa y conmutativa de la suma y el producto) distintas a las usadas por el método de la reducción cíclica y es el embrión de otra familia de algoritmos para la resolución de sistemas tridiagonales en paralelo.

Otra familia de algoritmos, conocida como divide y vencerás (*Divide and Conquer*), tiene su origen en los dos algoritmos paralelos para la resolución de sistemas tridiagonales propuestos por Sameh y Kuck [93] en 1978; la idea en la que se fundamenta esta familia

de algoritmos consiste en la división de un problema en diversos subproblemas más pequeños, la solución del problema original se obtiene combinando las soluciones de estos subproblemas. Posteriormente, en 1981, Wang [105] propone un nuevo método (divide y vencerás) para la resolución de sistemas tridiagonales que particiona el sistema en bloques consecutivos de ecuaciones y utiliza la eliminación gaussiana para la diagonalización de éstos. Entre otros métodos no pertenecientes a ninguna de las tres familias mencionadas anteriormente, cabe mencionar el método de las particiones superpuestas (*Overlapped Partitions Method*) propuesto en 1993 por Larriba, Jorba y Navarro [72].

Existen diversos modelos que a lo largo de los años se han ido proponiendo para hacer factible una computación paralela de propósito general. Hasta la fecha no existe un modelo único que fundamente el desarrollo de la computación paralela al igual que el modelo von Neumann lo ha hecho en la computación secuencial. El modelo BSP (*Bulk Synchronous Parallel*) propuesto por Valiant [101] en 1990, es uno de los que más seriamente se ha considerado en los últimos años como fundamento de una computación paralela de propósito general; se caracteriza por disponer de un modelo de coste que permite obtener una predicción sobre el tiempo de ejecución de un algoritmo concreto en un entorno de computación concreto. Uno de los objetivos de este trabajo ha sido el análisis del modelo de coste para lo cual se ha medido, en distintas máquinas paralelas (IBM SP2 y *cluster* de PC's), la desviación del tiempo de ejecución real sobre el tiempo de ejecución previsto en diversos algoritmos BSP para la resolución de sistemas tridiagonales. Otro objetivo ha sido proponer un algoritmo BSP para la resolución de sistemas tridiagonales estrictamente diagonal dominantes con buenos resultados de tiempo, objetivo que se ha visto cumplido con la formalización de un nuevo método.

La presente memoria está estructurada en cinco capítulos; en el capítulo 1 se describen algunos de los modelos de computación paralela que se han propuesto a lo largo de los años, con especial dedicación al modelo BSP. En el capítulo 2 se describe el método de las particiones superpuestas para el que se proponen dos algoritmos BSP y se comparan entre sí. La paralelización de la factorización LDU de matrices tridiagonales fundamenta el algoritmo BSP bidireccional para dos procesadores que se formula en el capítulo 3 en el que, además, se propone un nuevo método bidireccional para un número par de procesadores basado en el método bidireccional para dos procesadores y en el método de las particiones superpuestas; asimismo, se plantean dos algoritmos BSP para el nuevo método y se comparan entre sí. El método de las particiones de Wang [105] es un clásico

---

y rápido (véase Larriba [71]) método para la resolución de sistemas tridiagonales que se describe en el capítulo 4; en este capítulo se proponen dos algoritmos BSP para el mismo, uno de los cuales es una modificación de dicho método que supone una mejora cuando el número de procesadores es grande. En la última sección del capítulo se comparan entre sí ambos algoritmos BSP. En el capítulo 5 y último se comparan entre sí todos los algoritmos BSP descritos y analizados en los capítulos anteriores y se obtiene el óptimo para cada una de las situaciones que han sido objeto de estudio. Es de reseñar el buen comportamiento del nuevo método propuesto en el capítulo tercero frente al método de Wang y al método (secuencial) de eliminación de Gauss para sistemas tridiagonales, especialmente en un CRAY T3D y en un CRAY T3E, máquinas en las que se han obtenido sólo tiempos teóricos haciendo uso del modelo de coste BSP.

